1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Для заданной матрицы размера задача линейного упорядочения (LOP) формулируется как задача нахождения перестановки строк и столбцов , которая бы максимизировала функцию в формуле (1):

где обозначает индекс строки (и столбца), занимающей позицию в решении . Иными словами, цель заключается в нахождении такой перестановки строк и столбцов матрицы , которая бы максимизировала сумму элементов, находящихся выше главной диагонали. В данной постановке задача линейного упорядочивания известна как triangulation problem of input-output matrices. Тем не менее существуют и альтернативные варианты представления LOP. Так, Марти и Рейнельт интерпретируют LOP в терминах теории графов как поиск ациклического турнира в полном ориентированном графе с весами дуг , максимизирующего целевую функцию:

Значения отображают силу предпочтения -го элемента -му.

**Альтернативные постановки**:

В социальных науках LOP формализуется как задача агрегации экспертных попарных сравнений в консенсусное ранжирование . Целевая функция минимизирует расхождение с экспертами:

где — степень предпочтения перед у эксперта . В комбинаторной оптимизации эквивалентная формулировка — задача о минимальном feedback arc set (FAS) для турниров:

что тождественно (1) ввиду равенства . В сернации артефактов задача сводится к LOP при построении матрицы из мер сходства :

**Модификации задачи**:

Взвешенная LOP с приоритетными ограничениями формализуется как:

где — пары элементов с фиксированным порядком. Для input-output таблиц с секторами обобщённая блочная LOP требует разбиения матрицы на блоков и поиска перестановок :

где — группы объектов. Частичная LOP для матрицы с пропусками использует индикатор известных элементов:

Версия с регуляризацией в машинном обучении включает штраф за отклонение от априорного порядка :

где — расстояние Кендалла.

**Связанные задачи**:

Задача о расщеплении графа (bipartitioning) для неориентированного графа с весами :

Двумерное обобщение (double ordering problem) для бинарной матрицы :

Транспортная модификация с пунктами и стоимостями :

Теоретико-игровая постановка с агентами, где целевая функция агента зависит от его предпочтений :

Указанные вариации расширяют применимость LOP в междисциплинарных исследованиях, сохраняя ядро исходной постановки — оптимизацию линейного порядка на основе попарных сравнений.